

ASPECTOS DE LA FILOSOFÍA DE LA LÓGICA DE LORENZO PEÑA

por Newton C.A. da Costa
Universidade de São Paulo*

publicado en ARBOR, nº 520 (abril 1989), pp. 9-32
ISSN 0210-1963

Resumen

En la primera Sección, el artículo examina varias de las principales ideas y aportaciones lógicas de Lorenzo Peña, mostrando cómo constituye una peculiaridad de la concepción y del sistema formal propuestos por ese autor el articular la lógica paraconsistente dentro de un enfoque gradualístico de la verdad, lo cual lleva al empleo de una semántica infinivalente y tensorial y a la introducción de una serie de nuevos funtores que responden al uso lingüístico, al menos idealizadamente. En la segunda parte se someten a crítica tales ideas, principalmente cuestionando el punto de vista de Lorenzo Peña sobre la relación entre lógica y ontología.

Sección I.- Una exposición sucinta de las principales ideas lógicas de Lorenzo Peña

§1.- La vinculación de las nociones de gradualidad y de contradicción en la teoría

La idea intuitiva central en toda la concepción de Lorenzo Peña estriba en que todas las propiedades que denominamos con expresiones usuales más o menos simples se dan por grados; y que la verdad de un hecho o estado de cosas es lo mismo que la existencia de tal hecho o estado de cosas, siendo a su vez tal existencia lo mismo que el hecho o estado de cosas; de donde se sigue que, por el carácter «redundante» de la verdad (la verdad es una función que envía a cada argumento que tome sobre sí mismo —en lenguaje técnico se diría: es una transformación idéntica), el que las propiedades se den por grados entraña que hay grados de existencia de los estados de cosas, esto es grados de verdad. Así, cuando sucede que una ciudad es más hermosa que otra, es que el hecho consistente en la hermosura de la primera ciudad es más real o verdadero que el que consista en la hermosura de la segunda. Lo mismo que vale para la verdad vale también para la falsedad; pues la falsedad de un hecho es su inexistencia; y ésta es la existencia de aquel otro hecho que venga significado por la negación de una oración que signifique al hecho inicialmente considerado. Ahora bien, verdad y falsedad, existencia e inexistencia, son propiedades complementarias; y eso quiere decir dos cosas:

- 1) que, en la medida en que se dé la una, no se da la otra;
- 2) que en la medida en que no se dé la una, se estará dando la otra. Así pues, cuando un hecho no sea totalmente verdadero, su negación será al menos parcialmente verdadera o real; y en esa medida él será parcialmente falso o inexistente.

* Agradezco muy cordialmente a M^a Teresa Alonso su ayuda estilística para la redacción en español del presente artículo.

De donde resulta que un mismo hecho podrá ser hasta cierto punto existente y, sin embargo, también hasta cierto punto inexistente. (Nótese que ese uso «ontológico» de la noción de verdad que hace Lorenzo Peña no excluye un uso derivado, o semántico, en que el término ‘verdadero’ se aplica a oraciones: una oración será *verdadera*, en esta acepción semántica, en la medida en que sea verdadero, en la acepción ontológica, el hecho que ella venga a significar.)

Según el punto de vista de Lorenzo Peña el ámbito en que se dan graduaciones de verdad y falsedad (o sea, en que la verdad y la falsedad, la existencia y la inexistencia, se solapan parcialmente) es el de toda la realidad. Otros filósofos han emprendido una cierta flexibilización o fluidificación de determinadas fronteras, gradualizando tales o cuales nociones filosóficamente importantes (p.ej. Quine). Lorenzo Peña va más lejos y extiende tal procedimiento a prácticamente todas las propiedades —salvo aquellas que vengan designadas por expresiones un tanto complejas o hasta rebuscadas, como «ser, hasta cierto punto por lo menos, útil»; esa propiedad no será gradual, pero sí lo será la utilidad a secas. Lorenzo Peña cree así encontrar gradualidades en la creencia, en la justificación, en la obligación, en el valor, en la bondad, en la necesidad (y eso para cualquier acepción de ese término de ‘necesario’), en la simultaneidad (entenderá así el tiempo como un darse las cosas hasta cierto punto simultáneamente y hasta cierto punto no simultánea sino sucesivamente: el tiempo no será pura sucesión, pues; ni el pasado es totalmente pasado ni el futuro totalmente futuro, sino que en alguna medida son también presentes). Con esa visión aborda Lorenzo Peña problemas como los de los conflictos o dilemas morales y valora ti vos, las inconsistencias doxásticas, la contingencia, la libertad de la voluntad y muchos otros.

Ahora bien, ¿cuál es el engarce que lleva en el de la gradualidad a la contradicción y viceversa? El camino de la gradualidad —aquello que distinguirá al pensamiento de Peña y a su «lógica transitiva» de otras teorías gradualistas— es la aceptación de un principio y de una regla de inferencia que no están exentos de controversia. El principio es el que Peña llama «principio fuerte de tercio excluso»: « p o es del todo falso que p ». En la teoría de Peña existe, junto a la negación natural o simple, \sim , una negación fuerte, \neg , que él lee como ‘no es en absoluto verdad que’ o ‘es del todo falso que’. Ese principio fuerte de tercio excluso es, pues, simplemente el principio de tercio excluso pero para la negación fuerte. Si otros no lo aceptan es porque, justamente, consideran que, cuando se dan gradualidades, puede ni ser suficientemente verdad que p ni ser tampoco totalmente verdad que no p ; eso de «suficientemente» suele entenderse así: algo no es lo suficientemente verdadero (para ser afirmado) más que si es completamente verdadero.

Pero esa presuposición es atacada por Lorenzo Peña, quien la tilda de «maximalismo alético»; para Peña algo puede ser verdadero sin serlo totalmente; según él, para que « p o q » sea «suficientemente» verdadero sólo hace falta que p o q sean verdaderos en alguna medida, que uno u otro disyunto tenga alguna verdad, la que sea, grande o pequeña. Añadamos ahora a ese principio la regla de inferencia a que aludíamos líneas atrás, y que no es sino la del silogismo disyuntivo (para la negación fuerte): de « p o q » y « $\neg q$ » se deducirá « p ». Combinando ese principio y esa regla, se deriva otra regla, a la cual llama Lorenzo Peña «regla de apencamiento»: de «Es, hasta

cierto punto por lo menos, verdad que p » dedúcese « p » a secas; porque ‘Es, hasta cierto punto por lo menos, verdad que’ abreviará simplemente a ‘Es (del todo) falso que sea del todo falso que’ (ante una negación fuerte es indiferente poner una negación fuerte o una negación simple). Esa regla de apencamiento quiere decir que cuanto no sea completamente falso es verdadero; que lo que sea verdadero en alguna medida es verdadero (a secas). Y naturalmente esa regla no la ha admitido ninguna otra de las tendencias que trabajan en teorías de conjuntos difusos. La posición de Peña es, pues, la diametralmente opuesta al maximalismo alético: un minimalismo alético, o quizá hiperbolismo: cuanto sea verdadero en alguna medida, por pequeñísima que ésta sea, es verdadero a secas; lo es, precisamente, (sólo) en esa medida; pero (luego) lo es. (En la construcción técnica, se traducirá ese hiperbolismo en escoger, a la hora de pergeñar modelos, dentro de un conjunto infinito de valores de verdad linealmente ordenados, un subconjunto de valores «designados» o «distinguidos» que abarque a todos los valores positivos, o sea que únicamente excluya de sí al valor nulo o cero.)

Con ello hemos contestado a la primera mitad de nuestra pregunta sobre cómo vincula Peña contradicción y gradualidad. Queda por ver la otra mitad: cómo pasa nuestro autor de la aceptación de la contradicción a la afirmación de la gradualidad. Es ése un paso muy problemático, ya que un entrañamiento de la gradualidad por la contradicción es algo que rechazarían la gran mayoría de los lógicos que trabajan en la puesta en pie de lógicas paraconsistentes, esto es de quienes articulan sistemas idóneos para, con ayuda de los mismos, poder elaborar teorías que sostengan la existencia de contradicciones verdaderas. Prácticamente es una peculiaridad de la orientación singular de Peña el no reconocer ninguna presencia ni siquiera posibilidad de contradicción verdadera que no venga anclada en una gradualidad, o que no estribe en la ‘existencia de grados intermedios entre el totalmente *sí* y el totalmente *no*. Pues bien, ¿en qué argumentos basa nuestro autor semejante postura?

Contrariamente a lo que podíamos esperar, sus argumentos a favor de ese obligado y general anclaje o enraizamiento de la contradicción —de *cualquier* contradicción que quepa reputar verdadera— en la gradualidad son menos claros, menos abundantes y menos tajantes que los que prodiga a favor del entrañamiento inverso (el de la contradicción por la gradualidad). Y es que sin duda Peña se ha propuesto convencer de la necesidad de abrazar una lógica paraconsistente —o incluso negacionalmente inconsistente— a quienes aceptan gradualidades, pero no la existencia de contradicciones verdaderas (p.ej. los adeptos de lógicas y teorías de conjuntos difusas, en la línea de L. Zadeh y otros investigadores afines») mucho más que persuadir a quienes, por otros motivos, aceptan la idea de la paraconsistencia de que, en el fondo, esos motivos, en la medida en que él los juzgue válidos o correctos, descansan en una gradualidad subyacente o implícita que sólo habría que desenterrar o sacar a luz. Y ¿por qué? Bueno, seguramente porque cree que lo más difícil de admitir en la comunidad de lógicos es precisamente la aceptabilidad de teorías que contengan contradicciones (o sea de teorías negacionalmente inconsistentes). Eso, naturalmente, es opinable.

Sin embargo, rastreando diversos trabajos de Peña sí parecen asomar dos argumentos, a veces sólo esbozados o insinuados, a favor de que la contradicción (toda contradicción, con tal de que pueda legítimamente ser considerada verdadera) estriba o

radica en una gradualidad. Un primer argumento es el de que siempre es posible ver lo así; ahora bien, si eso es posible, entonces debería hacerse —así parece pensar nuestro autor—, puesto que, al hacer lo, se tendrá una explicación de por qué y cómo hay contradicción —en lugar de que la existencia de una contradicción verdadera aparezca como un mero hecho bruto. Y ¿cómo es posible operar ese enraizamiento, o esa reducción —pues de reducción se trata para Peña? Tomemos un ejemplo: el del conjunto de Russell; en muchas teorías de conjuntos elaboradas con lógicas paraconsistentes se ha postulado, directa o indirectamente, la existencia de un conjunto de Russell —el conjunto de cuantos conjuntos no se abarcan a sí mismos (vide infra, Secc. 11, apartado 1)—, resultando de otros postulados que tal conjunto se abarca y no se abarca a sí mismo. Para Peña una explicación natural de ese hecho —quizá a su juicio la única que sea de veras natural— estriba en que ese conjunto de Russell hasta cierto punto se abarca a sí mismo, pero también hasta cierto punto no lo hace; o sea: es que hay grados de abarcamiento (y de pertenencia, por lo tanto), y no está aún todo dicho al decirse que un conjunto abarca a un miembro suyo, sino que falta por determinar cuánto (en qué medida) lo haga. Similarmente, algunos pensadores han es timado que el movimiento es contradictorio y que el móvil está y no está en su lugar de destino —y en el de salida—; Peña piensa que eso no puede ser un hecho bruto, sino que tiene que tener una explicación, o sea: tiene que haber algo en lo que consista o estribe una situación así, algo tal que, al percatarnos de ello, veamos con mayor claridad cómo es que se da esa contradicción del movimiento; y ese algo para Peña es, precisamente, que hay grados en la relación de *estar-en*, consistiendo así el movimiento en una peculiar combinación de determinados grados del estar una cosa en un sitio con grados también determinados de su estar en otro u otros sitios.

Pero no es ése el único argumento que parece llevar a Peña a sostener como lo hace que toda contradicción estriba en gradualidad. Un segundo argumento sería que el modo más natural de entender oraciones de la forma «p y no p» es viéndolas como asertos de la verdad y de la falsedad de una proposición, p; pero si se aseveran a la vez tanto la verdad como la falsedad de p, y si esa aseveración está fundada en cómo son las cosas en la realidad, entonces p tiene dos propiedades o rasgos que se contradicen; pero entonces, si de veras se contradicen, en la medida en que tenga una de las dos no tendrá la otra; como, sin embargo, sí tiene ambas, es que *en alguna medida* tiene una y no la otra, y *en alguna medida* tiene la otra y no la una. Ahora bien, todo este argumento puede reducirse a esto: si se da una contradicción, algo tiene dos propiedades opuestas; pero en la medida en que tiene una, no tiene la otra —y viceversa; luego en alguna medida tiene la una y no la otra —y viceversa; si en alguna medida tiene la una (y no la otra) y en alguna medida tiene la otra (y no la una), ninguna de esas medidas será total o máxima. (Podría objetársele a Peña: ¿no hay ahí alguna implícita petición de principio, al saltar de «en alguna medida p (en vez de no p) y en alguna medida no-p (en vez de p)» a «sólo en alguna medida p y sólo en alguna medida no-p»? Peña replicaría, seguramente, que se trata, no de un salto, sino de un paso natural; la introducción de cada una de las dos ocurrencias de ‘sólo’ vendría impuesta o justificada por el hecho de que en alguna medida se dé algo contradictorio respecto a aquello que va a venir afectado por ese mismo ‘sólo’; con otras palabras: la introducción de sendas ocurrencias de ‘sólo’ en la conclusión viene justificada por las dos cláusulas que en la premisa

figuraban entre paréntesis. En todo caso el argumento no deja de tener cierta circularidad.) Además de eso, hay supuestos en tal argumento que no aceptará todo el mundo; como el de que afirmar «p y no p» equivalga a afirmar la verdad y la falsedad de p; o el de que p entrañe forzosamente la negación de la negación de p (tal entrañamiento no es válido en ciertas lógicas paraconsistentes, p.ej.).

§2.— La lógica transitiva de Peña y la lógica clásica

En principio, Peña suscribe una teoría de la lógica que recalca la falibilidad de todo nuestro conocimiento y, por consiguiente, la revisabilidad en principio de nuestros postulados lógicos y también de nuestras reglas de inferencia.

También en eso marcha Lorenzo Peña por una senda como la de Quine, aunque va en eso más lejos y es más consecuente que Quine. Sin embargo, en la práctica, Peña opta por una lógica en cierto modo muy conservadora: una lógica que sea una extensión conserva ti va de la lógica clásica. Ahora bien, eso parecería no poder suceder si es que la lógica transitiva de Peña es —como de hecho lo es— una lógica paraconsistente. La explicación estriba en esto: la lógica de Peña resulta ser una extensión conservativa de la clásica cuando el signo de negación de la lógica clásica es traducido al lenguaje de su propia lógica, no como ‘~’ —que él lee meramente como ‘no’—, sino como ‘¬’ —o sea ‘no... en absoluto’, o ‘es del todo falso que’.

En cambio, la lógica transitiva de Peña es paraconsistente, no respecto a esa negación fuerte, ‘¬’, sino tan sólo respecto a la negación simple, ‘~’.

Los constreñimientos que ha estipulado Lorenzo Peña para que una lógica sea, en un sentido laxo, «correcta» son los siguientes. Debe contener unas conectivas de conyunción, ‘y’, y de disyunción, ‘o’, que cumplan las propiedades de los operadores reticulares de cruce y junción respectivamente; eso quiere decir que un enunciado «p o q», p.ej., debe significar lo mismo que «q o p» y, por ende, ambos deben ser reemplazables en cualquier contexto (ésta es en particular la condición de conmutatividad de la disyunción; similarmente se define la de la conyunción, y las otras propiedades reticulares conocidas: idempotencia, asociatividad, absorción y mutua distributividad). Luego, para que un signo sea una negación Peña estipula condiciones sumamente fuertes: deben valer para él los principios de no contradicción y de tercio excluso, las leyes de DeMorgan (vide infra) y la regla de la doble negación (a saber: un enunciado se deduce de su doble negación y viceversa). Por último, para la negación simple estipula Peña que sea involutiva («p» y «no no p» son intercambiables y significan lo mismo), mientras que para la negación fuerte deben valer tanto el silogismo disyuntivo (ya examinado más arriba) cuanto la mutua intercambiabilidad entre «p» y «p y «¬¬p».

El resultado es que el sistema es exactamente igual a la lógica clásica mientras no se consideran otros funtores que los clásicos de disyunción, conyunción y negación fuerte (el condicional es definible con disyunción y negación fuerte, p.ej., a la manera clásica: «p si q» abrevia a «p o es del todo falso que q»); en eso precisamente estriba el que ese sistema sea una extensión conservativa de la lógica clásica. Además, si, en lugar de tomar esa negación fuerte, tomamos sólo la negación simple, ‘~’, más la conyunción y la disyunción así como el condicional previamente definido (definido con negación fuerte —lo cual no quiere decir que ahora incluyamos a la negación fuerte entre

los funtores que tomamos, sino que tomamos el condicional como primitivo), tenemos: que el sistema resultante es la lógica positiva clásica más unos principios para la negación que incluyen doble negación (« p si y sólo si no no p »), tercio excluso y no-contradicción, así como DeMorgan (que son dos, a saber: «No p y no q , si, y sólo si, No: p o q »; y el resultado dual de reemplazar en tal fórmula ‘ y ’ por ‘ o ’ y viceversa); pero ninguna versión del principio de contraposición. («Si p sólo si q , entonces: no q sólo si no p »).

Muchos cultivadores de la lógica paraconsistente —salvo en la escuela relevantista— piensan que debe conservarse la lógica clásica en todo aquello que no entrañe la regla de Escoto (la regla que de un par de premisa s mutuamente contradictorias permite extraer cualquier conclusión y así trivializar todo sistema que contenga una contradicción). Las divergencias empiezan a la hora de averiguar qué es precisamente lo que entraña la regla de Escoto. Para Peña se trata del principio de contraposición. Dada su definición clásica del condicional, ese principio es equivalente a una versión del *teorema* de silogismo disyuntivo (a saber: «Si p o es del todo falso que q , y si no- p , entonces no q »; presupónese en tal equivalencia un «principio de importación» de la lógica clásica, que naturalmente vale también en la transitiva, a saber: «Si p entonces: q sólo si r » equivale a «Si p y q , entonces r »). En la lógica transitiva no está contenido ese teorema (si que lo está, claro, el resultado de reemplazar en él las dos ocurrencias de ‘no’ por sendas ocurrencias de ‘no... en absoluto’). En esa medida puede coincidir Peña con los relevantistas cuando éstos denuncian el silogismo disyuntivo como la fuente de la regla de Escoto; pero es que en el marco del sistema formal de Peña es indiferente apuntar como reo al silogismo disyuntivo o al principio de contraposición fuerte. Peña en sus presentaciones axiomatizadas los reduce a dos primitivos: negación fuerte (o alternativamente un functor de afirmación fuerte, que se leerá ‘Es totalmente verdad que’) y el functor shefferiano ‘ni... ni’, con aplicaciones del cual se definen los otros dos.

§3.- La adición de otros funtores no clásicos

El sistema formal de Peña, la lógica transitiva, tiene la ambición de aproximarse hasta donde quepa a dar un tratamiento riguroso del mayor ámbito posible de afirmaciones y de razonamientos usuales. Dado el lugar que él concede a las expresiones de gradualidad, lugar que, a su juicio, estarían éstas ocupando de hecho en el pensamiento y el habla corrientes, no es de extrañar que Peña se esfuerce por dar entrada en su sistema a funtores que, por su combinación, permitan expresar infinitas matizaciones o gradualizaciones.

En primer lugar, incluye un functor de equivalencia, ‘ \leftrightarrow ’, cuyo sentido intuitivo e.s éste: « $p \leftrightarrow q$ » es verdad si, y sólo si, p es tan verdadero como q , ni más ni menos; se leerá pues: « p en la (misma) medida en que q ». Con él más el de conjunción defínese una *implicación*, ‘ \rightarrow ’, que se leerá así: « $p \rightarrow q$ » será: « p sólo en la medida en que q » (« $p \rightarrow q$ » abreviará a: « $(p \wedge q) \leftrightarrow p$ »; alternativamente, hubiera podido introducirse ‘ \rightarrow ’ como primitivo, definiéndose « $p \rightarrow q$ » como « $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow p)$ »). Esos funtores están diseñados de manera que « $p \leftrightarrow q$ » sea verdad sólo cuando « p » signifique lo mismo que « q » (es una identidad proposicional, más fuerte, más exigente, que el mero bicondicional). Notemos esto: como la negación débil es involutiva, « $p \leftrightarrow \sim \sim p$ » será un teorema;

mientras que no lo será $\langle p \leftrightarrow \neg \neg p \rangle$. La justificación que parece aducir Peña para introducir ese functor de equivalencia es que en el habla común se diferencian las expresiones como ‘en la medida que’ (o ‘sólo en tanto en cuanto’ —o en otros idiomas ‘insomuch as’, ‘pour autant seulement que’, ‘quatenus’, etc.) (Por eso, en la lógica transitiva de Peña vale el principio de mutua intercambiabilidad entre los equivalentes, a saber «Si $p \leftrightarrow q$, entonces $s \leftrightarrow r$ », difiriendo r de s a lo sumo por contener ocurrencias de p en sitios donde s contenga ocurrencias de q ; pero no vale ninguna regla similar para el mero bicondicional.) Un punto a notar: Peña exige para esa implicación que valga el «principio de abducción», a saber: $\langle (p \rightarrow \sim p) \rightarrow \sim p \rangle$, llamado también «consequentia mirabilis» o «Clavius» (o, alternativamente, éste otro: $\langle (p \rightarrow q) \rightarrow \sim (p \wedge \sim q) \rangle$): en la medida en que una proposición implique a otra, no será verdadera la conyunción de la primera con la negación de la segunda; nótese que, dados otros principios más arriba estipulados, este esquema es equivalente al principio de abducción). Ahora bien, si existe un hecho, r , que sea a la vez verdadero y falso (o sea: que sea verdadero cuando también sea verdadera su negación, $\sim r$), entonces, como de esas premisas, $\langle r \rangle$ y $\langle \sim r \rangle$, por la regla de adjunción se deducirá $\langle r \wedge \sim r \rangle$, de ellas, por el principio de abducción, —dado que el principio de contraposición y por lo tanto también la regla del *modus tollens* valen para la implicación y la negación simple— se desprenderá, para ese r en particular: $\sim \langle r \leftrightarrow r \rangle$.

Ahora supongamos que añadimos también (como lo hace Peña en su axiomatización) que, para cualesquiera p y q : $\langle (p \leftrightarrow p) \leftrightarrow (q \leftrightarrow q) \rangle$: tanto se equivale a sí un hecho cuanto se equivalga a sí mismo otro hecho (ni más ni menos). Resultado: será verdad $\langle \sim (p \leftrightarrow p) \rangle$, para cualquier $\langle p \rangle$ (Peña llama a este esquema «el principio de Heráclito»). Y eso sucede en la lógica transitiva de Peña.

Consecuencia curiosa: en esa lógica es teorematizado el esquema llamado de Boecio ($\langle \sim (p \rightarrow \sim p) \rangle$). (La prueba explota la validez del principio de intercambiabilidad de los equivalentes.) Sorprendentemente acaso, ello aproxima la lógica transitiva de Peña a las llamadas conexivistas, las cuales en general admiten ese esquema.

Otro functor que añade Peña como primitivo es una especie de «superconyunción», que él lee como «no sólo... sino también». La idea intuitiva es que «no sólo p , sino también q » puede ser menos verdadero que p y también menos verdadero que q , cuando p y q son en parte verdaderos y en parte falsos. Con una ingeniosa axiomatización se asegura así que puedan definirse infinitos functores de matiz veritativo (demostrablemente no equivalentes, sino irreducibles entre sí); p. ej., un functor ‘Es muy verdadero que’, que se define con una sola aplicación de esa (super)conyunción para dos conjuntos idénticos. (La superconyunción no es idempotente en general. La idea de Peña al respecto es que esa (super)conyunción de insistencia es la que se está dando, aunque elidido, en frases como «¡Es duro, duro!», que según él equivale a ‘Es muy duro’.)

Esa noción de superconyunción parece artificial, como un invento que sólo se justifica por los resultados que con él se obtienen —cual sería la definibilidad, a través suyo, de functores múltiples que expresen diversos matices, entre ellos precisamente ése de ‘muy’. Pero veamos cómo opera tal functor de superconyunción en los modelos propuestos por Peña. Sea un intervalo cerrado de números reales (provisionalmente) tomado como el dominio de valores de verdad; vamos a suponer que es el que va de 0

a 1. En él la superconyunción entre dos oraciones, p y q , con sendos valores de verdad será una oración cuyo valor de verdad sea el producto multiplicativo de esos otros dos; si meramente decimos « p y q » Y si tanto p como q tienen valores intermedios entre el 0 y el 1, entonces el valor de tal enunciado será el menor de entre esos dos valores; pero en cambio al decir «no sólo p sino que además q » estaríase diciendo algo más fuerte, más comprometido, por decirlo así, algo que, en ese caso, tendrá un grado de verdad por debajo de cada uno de los dos dados. (Obviamente, cuando p , o q , tiene como valor 0 ó 1, no habrá diferencia entre conyunción y superconyunción.) Lo que parece llevar a Peña a creer que su postulación de esa superconyunción no es un mero artificio útil es que él piensa poder detectar una diferencia semántica, en el habla corriente, entre el mero decir ‘y’ sin insistencia, y ese otro ‘y’ con insistencia que se expresaría mejor con expresiones como ‘no sólo... sino también’ y otras semejantes («además de que..., ---»); en el caso de éstas últimas se estaría operando una interacción entre los valores de verdad de los dos conyuntos de tal manera que el resultado no estuviera forzosamente dado de antemano, siendo el de uno de los dos conyuntos dados, sino algo resultante de esa interacción; algo, pues, que no estará presente mientras no se haya efectuado dicha interacción. Diciendo « p y q » uno se comprometería tan sólo a lo menos verdadero de entre los valores de « p » y de « q »; diciendo «No sólo p , sino que además q » uno se comprometería a una verdad resultante de las de « p » y de « q » por mutua acción de insistencia de la una en (o con) la otra. Cuando sea sólo parcialmente verdad que p y sólo parcialmente verdad que q , enunciar la superconyunción de ambas oraciones será, pues, comprometerse, por la insistencia o pretensión de refuerzo mutuo, a algo que, siendo de suyo más fuerte o exigente, cuadra menos con una situación como la descrita; así que tal enunciado resultará menos verdadero a la postre que cada uno de los dos miembros dados. Si existe un functor así, no será idempotente en general, puesto que el resultado de esa acción o interacción lo mismo afecta a dos miembros de diverso valor veritativo que a dos miembros con el mismo valor de verdad —salvo cuando uno de los valores sea 0 ó 1

El tercer functor que añade Peña como primitivo en su sistema es uno que puede leerse (que él lee) como ‘Es ínfimamente verdad que’ o ‘Es infinitesimalmente verdad que’ o ‘Es un sí es no verdad que’. Su idea intuitiva subyacente es que tiene que haber un ínfimo grado de verdad diverso de la falsedad total, es decir un grado de verdad que, sin ser nulo, sea más pequeño que cualquier otro grado positivo de verdad. Y lo que más parece llevarlo a tal postulación es el poder así extender el cálculo sentencial que está construyendo a un cálculo cuantificacional (a fin de bloquear un sorites que llevaría, si no a la trivialidad, o sea a que todo enunciado fuera verdadero; lo cual en efecto debería suceder si no hubiera punto de ruptura antes de precipitarse en la falsedad total; los detalles técnicos de ese razonamiento se dejan aquí de lado). Ahora bien, el resultado de combinar ese functor de verdad ínfima con los anteriores es una riqueza enorme de expresiones de matiz, que puede rayar en lo sutil a juicio de muchos. Se le ha reprochado al sistema su barroquismo. Peña se defiende del reproche alegando que constituye un intento de acercarse a la complejidad de la realidad y de nuestro pensamiento ordinario. (Notemos, entre paréntesis, que en sus presentaciones formales suele introducir Peña, como símbolo primitivo, no ese functor monádico de verdad ínfima, sino una constante sentencial, que significaría

«lo ínfimamente verdadero». Pero iguales resultados se obtendrían, con alteraciones apropiadas en la base axiomática, si se tomara como primitivo el indicado functor —y luego se definiera la aludida constante.)

El cuarto y último functor que añade Peña es un operador, 'B', «tensorial», con las propiedades del operador de necesidad en una lógica modal fuerte (clásica) como lo es el sistema S5 de Lewis; con un añadido: la regla de Gödel (a saber: de «p» dedúcese «Bp») es en la lógica de Peña válida para toda oración «p» (no sólo para todo teorema). Peña lee ese functor como 'Es afirmable con verdad que' o 'Es verdad en todos los aspectos que'. Su idea intuitiva es que, aunque sea afirmable con verdad una disyunción, puede que ninguno de los disyuntos lo sea (en absoluto): en unos aspectos lo serán unos disyuntos, en otros los otros. (Similarmente, aunque sea afirmable con verdad que hay algo tal o cual, puede que de ningún ente determinado en particular sea afirmable con verdad que ese ente es tal o cual.) Esa idea de que la realidad está dividida en «aspectos» se parece a la concepción de los mundos-posibles, pero con la diferencia de que esos «aspectos» serían todos ellos componentes de la realidad, y no meramente alternativas, según suelen entenderse los mundos posibles. Más que del valor o del grado de verdad de un hecho o de un enunciado, habrá, pues, que hablar de la serie de tales valores o grados; siendo afirmable con verdad sólo aquello que en todos los aspectos tenga algún grado positivo de verdad, por bajo que sea. Desde el punto de vista puramente lógico un resultado de introducir ese functor 'B' es la pérdida del metateorema de la deducción: puede que de una premisa, p, se deduzca una conclusión, q, sin que sea verdad «p sólo si q» (tal será el caso si $q=Bp$). Pero esa pérdida no es excesiva, pues hay en el sistema versiones válidas del metateorema de la deducción (generalizado); (p.ej., que, si del conjunto A de premisas se deduce q, abarcando A a p y siendo A' el resultado de eliminar p de A, entonces de A' se deduce: «Si Bp, entonces q»). Más difícil de contrarrestar parece una objeción filosófica: a menudo afirmamos algo sin creer que sea verdadero «en todos los aspectos» —si es que los aspectos de lo real tienen algo que ver con mundos-posibles, o con lapsos temporales—; a ese reparo opone Peña que esas afirmaciones son elípticas y en ellas se sobreentiende un cierto operador prefijado A, leído como «Ahora en es te mundo de la experiencia cotidiana», con lo cual resultaría que, en esos casos, aunque sea totalmente falso que Bp, sería empero verdadero BAp; ese operador, A, no es sin embargo incorporado por Peña a su cálculo sentencial, sino que su introducción daría lugar a una extensión (conservativa) de dicho cálculo.

Terminaremos esta sección explicando por qué usa Peña el rótulo de 'transitivo' para nombrar a su propio sistema de lógica. Su lógica es transitiva en un doble concepto. Primeramente como lógica de las transiciones, o sea de los márgenes o franjas entre el *sí* y el *no*: igual que el naranja es una transición del amarillo al rojo, igual que el es un tránsito de un *estar aquí* a un *estar allá*, los grados de verdad postulados por Peña serían transiciones graduales del totalmente sí al totalmente no, o viceversa. En segundo lugar, piensa Peña que su lógica merece más especialmente la denominación de transitiva por postular para cada grado de verdad tanto un umbral superior cuanto un umbral inferior, los cuales serían los puntos inmediatos de tránsito hacia arriba y hacia abajo; cuando el grado de verdad es total (el más elevado), no hay más umbral superior que él mismo —no hay ya nada hacia lo cual ascender. Por

otra parte, el umbral superior de un umbral superior es idéntico a éste último, sucediendo igual identidad entre un umbral inferior y su propio umbral inferior; la falsedad total, la plena falta de verdad, sólo tiene un umbral superior, que es el grado ínfimo de verdad. Tales umbrales son, pues, puntos de arranque de tránsitos en uno u otro sentido; según Peña, su presencia es lo que hace que el tránsito sea genuinamente un tránsito, en vez de ser tan sólo un acercamiento indefinido hacia un término o polo; sería más bien un auténtico tránsito por incluir un punto de contacto, punto que, estando en el propio tránsito, a la vez, sin embargo, esté contiguo al término o polo en cuestión —coincidiendo incluso con tal término o polo cuando este mismo sea un umbral.

Sección II.- Observaciones críticas sobre el sistema lógico de Lorenzo Peña

§1.- Lógica y ontología

Lógica y ontología hállanse íntimamente interligadas. La ontología trata de las características generales de lo que es, en cuanto es, o sea: de los principios clasificatorios fundamentales del ser. Por otro lado la lógica se dedica a la tarea de erigir órganos de inferencia basados en conceptos extremadamente amplios, como los de objeto y de relación. La dependencia mutua entre las dos disciplinas es, pues, obvia.

Anteriormente, cuando se creía, implícita o explícitamente, que había una única lógica, la ontología se basaba, como no podía dejar de ser, en tal lógica. En la actualidad, como se sabe que hay, en principio, varias lógicas alternativas, se ha constatado que hay, por lo menos a título de sistemas hipotético-deductivos, ontologías rivales asentadas en lógicas diferentes. P.ej., una lógica paraconsistente muéstrase capaz de servir de cimiento para ontologías que admiten objetos dotados de propiedades contradictorias. Se han construido teorías de conjuntos paraconsistentes, más fuertes que los sistemas tradicionales, que contienen el conjunto R de Russell, que es tal que R se pertenece y no se pertenece a sí mismo. Entonces, pues, no hay obstáculos lógicos para que se elaboren ontologías que engloben al conjunto de Russell y que, por eso, sean inconsistentes, aunque no sean triviales en el sentido de que en ellas tórnase posible demostrarlo todo. Sin mayor rigor, y parafraseando a Quine, es lícito afirmar que existir significa ser el valor de una variable en cierto lenguaje que posea determinada lógica; en ciertos aspectos, cuanto más fuerte sea la lógica, más débil será la ontología, y viceversa.

En el estado presente de la lógica y de la ontología hay tres concepciones fundamentales referentes a las relaciones existentes entre ellas. Nosotros las denominamos así: *logicismo*, *ontologismo* y *medianismo*.

Para la primera, la ontología debe derivarse de la lógica; algunos de los trabajos de Russell, especialmente los que versan sobre atomismo lógico, se incluyen en esa corriente. Para la segunda, la lógica adviene de la ontología; Frege, p.ej., forma parte del grupo de los ontologistas. Finalmente los medianistas afirman que ni la lógica se asienta en la ontología ni ésta en aquélla; al contrario, ambas se constituyen por adaptación y complementación mutuas. Esta última es nuestra posición. Además,

creemos que el valor real de un sistema lógico-ontológico debe ser juzgado no sólo por criterios internos al sistema, sino también por consideraciones de naturaleza pragmática, en acepción amplia. Desde que hay varias lógicas y varias ontologías posibles, el filósofo sólo las puede escoger para una finalidad dada, de acuerdo con criterios tales como poder explicativo, intuitividad, simplicidad, eficiencia teórica etc. Así y todo, la estructuración de sistemas lógicos alternativos, de naturaleza intrínsecamente matemática, figúrase de veras relevante, porque nos auxilia a percibir la textura de los problemas ontológicos desde nuevos ángulos.

Lorenzo Peña establece su lógica inmerso en la ontología. Partiendo del gradualismo de la experiencia, analizándolo en sus detalles e interpretándolo como real, el filósofo español formaliza su sistema lógico. El se encuadra, por consiguiente, entre los ontologistas. Por añadidura, el ontologismo al cual él se adhiere es una forma de ontologismo que se puede bautizar de clásico: la ontología en sus líneas maestras evidénciase única y, por tanto, la lógica que de ella se deriva debe ser, también, unívocamente determinada.

Sin embargo, el ontologismo clásico, figúrasenos sujeto a reparos. El principal consiste en lo siguiente: si la ontología inicial acarrea que la lógica resultante es única, eso entra en conflicto con la situación actual en el campo de la lógica, donde impera el pluralismo. Y contra los hechos no hay argumentos. De modo específico, el ontologismo de Lorenzo Peña se halla expuesto a la crítica de que tal vez el gradualismo con el cual él comienza sus indagaciones no sea real, sino solamente manifestación de la imprecisión de nuestro lenguaje y de nuestro conocimiento momentáneo.

La salida abierta para Peña (y los ontologistas en general) consiste en admitir que su sistema lógico-ontológico constituye uno de los instrumentos posibles de coordinar la realidad (o una porción de la misma), al lado de otros, por más que posea cualidades que a sus ojos lo hagan superior a los demás, relativamente a aspectos bien precisos. Como Peña acepta el falibilismo en el seno de la lógica, tal conclusión seguramente no le parecerá fuera de propósito.

De paso notemos que ponderaciones análogas a las delineadas arriba contra el ontologismo son formuladas contra el logicismo.

De entre las tres concepciones esbozadas, la única defendible en el presente es el medianismo pragmático.

No obstante, la lógica transitiva, como sistema lógico puro, no es alcanzada por la crítica precedente y con toda seguridad se incorporará, de manera significativa, al dominio de la lógica y de la matemática.

§2.- Monismo y pluralismo

Como ya dejamos claro, parece indudable que la tendencia en el campo de la lógica, hoy, es pluralista. Los lógicos, en cuanto lógicos, investigan los más variados sistemas, que se emplean en las circunstancias más diversas. El lema del pluralismo lógico es el de que, en lógica, cualquier sistema no trivial es aceptable en principio. Por apartados de la realidad que puedan mostrarse a, primera vista, regularmente encuentran aplicaciones en situaciones concretas y prácticas. Así, la lógica paraconsis-

tente, nacida de cuestiones sumamente teóricas, ha acabado utilizándose en inteligencia artificial, en los llamados sistemas especialistas.

En cuanto al monismo lógico, él es lo opuesto al pluralismo: implica que hay sólo una lógica única que merezca plenamente la designación de lógica.

En nuestra opinión en la obra de Peña hay como una tensión entre monismo y pluralismo. Si él, efectivamente, acepta el monismo, entonces su concepción se evidencia sujeta a críticas que reputamos serias. Nos ocuparemos, a continuación, de sólo algunas de ellas.

Si la lógica transitiva es entendida como la única lógica que da cuenta de lo real, que refleja, directa o indirectamente, la realidad, eso conduce a dificultades. En efecto, se puede probar que hay infinitas lógicas distintas de la transitiva que también dan cuenta de lo real. Y para justificar la lógica transitiva, de entre una familia de otras emparentadas con ella, no nos podemos limitar sólo al tipo de argumentación aducida por Peña. Se tiene p.ej. que tomar en consideración el sistema del conocimiento como un todo, lo que hoy nos parece casi impracticable para una única persona; en efecto, se necesitaría para llevarlo a cabo un equipo interdisciplinar. Fijando ideas, nos referiremos a un punto bien específico: quien arguye a favor de la adopción de un sistema lógico de aplicación universal tiene que estar al tanto de tópicos como los fundamentos de la mecánica cuántica, de la teoría de los campos cuantizados, de los procesos estocásticos, etc., en el caso de que desee proceder de manera sensata. Y eso porque se sabe, p.ej., que Schrödinger defendió la tesis de que el concepto de igualdad no se aplica a las partículas elementales, que Bohr creía que cuando no se observa una partícula no tiene sentido hablar de sus propiedades mecánicas, que autores como Putnam piensan que las peculiaridades del retículo de los observables de la mecánica cuántica acarrearán la imprescindible mutación de la lógica de la física, etc. Sin ponderar, con conocimiento de causa, detalladamente, tópicos similares, para restringirnos a tres de la física, no se puede exigir una lógica que posea valor universal de modo consecuente. En otras palabras, quien propone una nueva lógica o una nueva matemática, digamos la de Solovay, solamente tiene condiciones de aducir argumentos a favor de sus ideas, debido a las limitaciones de su conocimiento, en regiones bien restringidas del campo científico. La era de los filósofos que sin salir de sus escritorios legislaban sobre el mundo en su totalidad parece haber llegado al fin, sobre todo después del advenimiento de la filosofía analítica.

Como Lorenzo Peña pertenece, quizá con algunas salvedades, a la filosofía analítica, concluimos que él es pluralista en tesis, aunque proponga, como monista, la lógica transitiva en ciertas áreas del saber. Él sería, pues, pluralista global y monista local.

§3.- Cuestiones de detalle

Hay diversos puntos específicos que nos gustaría debatir y que se refieren, directa o indirectamente, a la lógica transitiva. Sin embargo, dentro del esquema de este artículo, precisamos restringirnos a algunos de entre ellos, que están lejos de constituirse por sí solos en todos los más importantes.

- 1) La existencia de hechos negativos repugna a la mayoría de los filósofos. Aunque la teoría de Peña no escape a críticas, ella se muestra, p.ej., menos atacable que la de Russell, cuando admite tales hechos.

Ya vimos que Peña encara lo real como patentizándose, de manera esencial, nebuloso, imperando en ello la gradualidad. Bajo tal prisma parece comprensible la existencia de hechos negativos. Tenemos, no obstante, la impresión de que se debe profundizar bastante en los análisis por él hechos, en caso de que se quiera volver enteramente plausible la existencia de esos hechos. Y se vuelve inevitable la necesidad de investigar con cuidado los *hechos* conyuntivos, disyuntivos, negativos fuertes, cuantificacionales, etc., estableciendo también sus existencias y dando una explicación racional de su inexistencia. Es ése un tema ontológico que merece examen minucioso, además de que no se puede dejar de agitar la cuestión epistemológica de *cómo* llegamos a saber todo eso etc. Surgen entonces ante nosotros problemas como los siguientes: ¿Es difusa la metalógica de la lógica transitiva? De ser afirmativa la respuesta, ¿cómo acaba la lógica clásica siendo utilizada metateóricamente como lo hace Peña? De ser negativa la respuesta, ¿de qué manera se explica que no sea gradualista la teoría de la gradualidad? Las regiones del universo donde no gobierna la gradualidad ¿no pueden ser tratadas por la lógica y la matemática usuales? ¿Pueden abordarse por alguna lógica de índole no gradualista, p.ej. alguna lógica paraconsistente?

- 2) La lógica transitiva tiene sentido aun independientemente de las tesis filosóficas abrazadas por Peña. Dicho de otra forma, la crítica de sus principios filosóficos, aunque pertinente, no invalida el sistema que ellas moldearan. Recalquemos que, desde la perspectiva lógico-matemática, la lógica transitiva forma parte del rol de las paraconsistentes (y de las difusas) y es tan interesante como la mayoría de ellas, no solamente como lógica pura, sino también por sus aplicaciones. En síntesis, dadas sus características técnicas el sistema lógico de Lorenzo Peña puede ser utilizado sin que nos comprometamos con sus presupuestos filosóficos, como ocurre con la lógica intuicionista, que encuentra aplicaciones incluso en manos del lógico clásico.

Nos referíamos más arriba a la circunstancia de que la lógica transitiva encierra una negación clásica, conteniendo, en verdad, la lógica común en su ámbito.

Eso la convierte en candidata natural para investigaciones metalógicas y, en general, metateóricas, ya que la estructura de la lógica tradicional es bien conocida y la de la transitiva consiste en una extensión conservativa de la primera. Esta línea de razonamiento nos conduce a entrever que la lógica transitiva sería el inicio del uso de herramientas como el «forcing» y los modelos booleanos en el tratamiento del gradualismo, de la nebulosidad y del cambio. Una tal indagación estaría bien en conformidad con la visión amplia de Lorenzo Peña.

- 3) La tensión ya notada entre el ontologismo y el falibilismo de Peña inevitablemente dará lugar a la construcción de diversas lógicas transitivas no equivalentes entre sí, lo que, para nosotros, es muy saludable. Se tendría entonces, dentro del ámbito de la lógica paraconsistente, una extensa provincia, la de la transitividad, consagrada al gradualismo y a temas emparentados y que englobaría el estudio de los procesos y del devenir; en otros términos, ella se vincula al pensamiento dialéctico, algo explorado por Peña.

Bastan las observaciones que acabamos de hacer para que se perciba el significado de la lógica transitiva para la ciencia y para la filosofía. En contrapartida ellas tal vez se opongan a la visión del lógico español, mas tenemos la certeza de que el progreso en el dominio de la lógica transitiva traerá ciertamente la ampliación del alcance de la transitividad, abriendo las puertas al *pluralismo transitivo*.

- 4) Algunos de los postulados que rigen la lógica transitiva no son enteramente intuitivos. P.ej. los siguientes: a) El principio « $\sim(p \leftrightarrow p)$ »; b) El postulado que garantiza un grado ínfimo de verdad.

En el futuro, sin duda, cuando la lógica transitiva sea cultivada de forma sistemática, la tendencia será la de que se edifiquen lógicas transitivas alternativas, en las cuales presupuestos como los citados no sean hechos. Así, v.g., nada hay contra el uso, en lugar de los números reales comunes, de los reales no-estándar de Robinson o, en general, de un cuerpo no arquimédeo conveniente.

Sección III.- Conclusión

La discusión efectuada ha procurado patentizar algunos rasgos marcantes de la postura lógica (y ontológica) de Lorenzo Peña. Desde luego pongamos de relieve que su sistema, encarado como edificación matemático-formal, muéstrase de enorme relevancia. No tenemos noticia de ninguna tentativa tan profunda y tan detallada para el entendimiento de la significación de la gradualidad. Desde este punto de vista, sin embargo, para que la lógica transitiva subsista tórnase imprescindible que los lógicos y los matemáticos se ocupen de ella y la hagan progresar. Puede parecer extraño, mas la norma es la de que una teoría lógico-matemática, en cuanto estructura abstracta, sólo posee importancia *efectiva* en la medida en que sea cultivada por la comunidad de los lógicos y de los matemáticos. Bajo este aspecto, de todos modos, somos optimistas en lo tocante a la obra de Peña.

Relativamente a la fundación filosófica subyacente a las construcciones del filósofo español, puede haber disputas y discordancias, como siempre pasa en el dominio de la filosofía; nosotros mismo no estamos de acuerdo, en el conjunto, con su posición. Sin embargo, no se puede negar la originalidad del sistema resultante, tan orgánico y tan meticuloso, que nos hace recordar los grandes y bellos sistemas filosóficos del pasado.

Se halla fuera de duda que Lorenzo Peña será reconocido por la posteridad como uno de los más destacados filósofos españoles.

Sección IV.- Bibliografía

A continuación facilitamos una lista de varios de los principales trabajos de Lorenzo Peña, en los cuales nos hemos basado para redactar la sucinta exposición crítica que precede. También incluimos en la lista, además de un libro del que somos autor (01), en el cual exponemos nuestra concepción de la lógica, así como la reseña crítica del mismo hecha por Peña (12), varios artículos nuestros donde hemos desarrollado algunos de los temas considerados más arriba, en la Sección 11. Quizá el lector halle interesante cotejar esas obras, lo cual le permitirá entender mejor no sólo las ideas de Peña, sino también nuestra posición, desde la cual juzgamos tales ideas. Asimismo incluimos otros libros en los cuales se tratan varios de esos tópicos.

01. da Costa, N.C.A., *Ensaio sobre os fundamentos da lógica*. Husitec, São Paulo, 1980.
02. da Costa, N.C.A., «On the Theory of Inconsistent Formal Systems», *Notre Dame Journal of Formal Logic* 15/4 (oct. 1975), pp. 497-510.
03. da Costa, N.C.A., «The Philosophical Import of Paraconsistent Logic», *Journal of Non-Classical Logic* 1 (1982), pp. 1-19.
04. da Costa, N.C.A., Reseña de 25. abajo, *History and Philosophy of Logic* 3/2 (1982), pp. 225-9.
05. da Costa, N.C.A. & Wolf, R.G., «Studies in Paraconsistent Logic 1: The Dialectical Principle of the Unity of Opposites», *Philosophia* 9 (Ramat Gan, Israel, 1980), pp. 189-217.
06. Grana, N., *Logica Paraconsistente*, Loffredo Editore, Nápoles, 1983.
07. Peña, L., *Contradiction et Vérité: étude sur les fondements et la portée épistémologique d'une logique contradictoire*. Lieja (Bélgica), 1979 (Tesis doctoral).
08. Peña, L., *Formalización y lógica dialéctica*. Prepublicación, PUCE, Quito, 1980
09. Peña, L., *Apuntes introductorios a la lógica matemática elemental*. Prepublicación, PUCE, Quito, 1980.
10. Peña, L., *Rudimentos de lógica matemática*. Prepublicación, Universidad de León, 1984.
11. Peña, L., «Tres enfoques en lógica paraconsistente», *Contextos* N° 3 (1984), pp. 81-130 y N° 4 (1984), pp. 49-72.
12. Peña, L., «Critical Study of da Costas's Foundations of Logic», *Logique et analyse* N° 100 (dic. 1982), pp. 447-66.
13. Peña, L., Reseña de 06. arriba, *Theoria* N° 2 (San Sebastián, 1985), pp. 573-7.
14. Peña, L., Reseña de 25. *Contextos* N° 3 (1984), pp. 241-5.
15. Peña, L., Reseña de N.C.A. da Costa, *Lógica indutiva e probabilidade*, *Theoria* N° 4 (1986-7), pp. 180-91.

16. Peña, L., «Negación dialéctica y lógica transitiva», *Crítica* N° 43 (México, 1983), pp. 51-77.
17. Peña, L., «Dialectical Arguments, Matters of Degree, and Paraconsistent Logic», in *Argumentation: Perspectives and Approaches*, comp. por Frans H. Eemeren et al., Foris, Dordrecht, 1987, pp. 426-33.
18. Peña, L., «A Philosophical Justification of Many-Valued Extensions of Classical Logic», in *Philosophie et Culture*, ed. por Venant Cauchy, Éditions Montmorcency, Montreal, 1988, Vol. 5, pp. 497-504.
19. Peña, L., «Características técnicas y significación filosófica de un cálculo lambda libre», in *Lógica y filosofía del lenguaje*, comp. por S. Alvarez, F. Broncano y M.A. Quintanilla, Ediciones de la Universidad de Salamanca, 1986, pp. 89-114.
20. Peña, L., «Un enfoque no-clásico de varias antinomias deónticas», *Theoria* N° 7-8-9 (San Sebastián, 1988), pp. 67-94.
21. Peña, L., *Fundamentos de ontología dialéctica*, Siglo XXI, Madrid, 1987 (Ver especialmente Anejo N° IV, pp. 362-97.)
22. Peña, L., «Contribución a la lógica de los comparativos», in *Lenguajes naturales y lenguajes formales* 11, comp. por Carlos Martín Vide, Universitat de Barcelona, 1987, pp. 351-60.
23. Peña, L., «Verum et ens conuertuntur: The Identity between Truth and Existence within the Framework of a Contradictorial Modal Set-Theory», in 24, abajo.
24. Priest, G., Routley, R., & Norman, J., (eds), *Paraconsistent Logic*, Philosophia Verlag, Munich 1988.
25. Rescher, N. & Brandom, R., *The Logic of Inconsistency*, Blackwell, Oxford, 1980.
26. Rescher, N. *Many-Valued Logic*, McGraw-Hill, New York, 1969.
27. Rautenberg, W., *Klassische und nichtklassische Aussagenlogik*, F. Vieweg & Sohn, Braunschweig-Wiesbaden, 1979.