

LA II CONFERENCIA SOBRE FREGE

Tuvo lugar en la ciudad de Schwerin (República Democrática Alemana) entre el 10 y el 14 de septiembre de 1984 la II Conferencia sobre Frege, organizada por la Universidad Federico Schiller de Iena (el alma mater en que enseñara Frege durante decenios). Ocasión de ese encuentro ha sido el primer centenario de la publicación de los *Fundamentos de la aritmética*, abreviado en adelante como F.F.A —al igual que la I Conferencia sobre Frege había tenido lugar en Iena en 1979 con ocasión del centenario del *Begriffsschrift*. La Conferencia, bien preparada por un eficiente equipo organizador, llevó a cabo sus trabajos de manera concienzuda y en excelentes condiciones, reuniéndose en locales de lo más acogedores y técnicamente bien equipados. (Las autoridades de la RDA facilitaron y respaldaron la celebración de la Conferencia. Y el lugar no podía estar mejor escogido, brindando a los participantes un marco lindo y tranquilo para sus trabajos). Participaron en ella investigadores de las dos Alemanias, Gran Bretaña, EE. UU., Hungría, Polonia, Checoslovaquia, Finlandia, España (quien esto escribe), la URSS y otros países. Las sesiones se desarrollaron, en su mayor parte, en alemán, y el resto en inglés. Puede lamentarse el que la gran mayoría de los participantes fueran europeos siendo ello resultado tanto, por un lado, de las dificultades de múltiple orden —incluidas las económicas— en que se desenvuelve la actividad investigativa en países de América Latina y el Tercer Mundo en general, como, por otro lado, de motivos políticos que pueden haber desalentado a ciertos investigadores, p. ej. de EE. UU., a asistir a la Conferencia. Mi impresión es, en todo caso, que ello no ha sido por culpa de los anfitriones ni de los organizadores; ¡todo lo contrario!

Los trabajos de la Conferencia se desarrollaron en apretadas sesiones de trabajo —las más veces en reuniones paralelas, especializadas por temas—, que empezaban puntualmente a las horas programadas. Hubo una interrupción de un día dedicado a visitar la portuaria ciudad natal de Frege, Wismar (que se halla en el distrito de Schwerin), en la cual, con esta ocasión, bautizóse una plaza con el nombre de Gottlob Frege. Los participantes visitamos también la tumba del filósofo, en esa misma ciudad, ante la que tuvo lugar una ceremonia de homenaje.

La mayoría de las ponencias presentadas a la Conferencia (54 exactamente) aparecen publicadas en las Actas de la misma: *Frege Conference 1984*, compiladas por Gerd Wechsung (presidente del comité organizador), libro de 408 páginas que constituye el volumen 20 de la colección *Mathematical Research/Mathematische*

Forschung editado por Akademie Verlag de Berlín (Oriental) (ISSN: 0138-3019). Desgraciadamente, sin embargo, no todos los trabajos presentados a la Conferencia figuran en las actas, habiendo habido ponencias interesantes, como la del polaco Zbigniew Badura (sobre paradojas semánticas y soluciones no estándar para las mismas), que no llegaron a tiempo para ser incluidas en la publicación. Además, alguno de los trabajos publicados no fue efectivamente presentado, al no haber asistido su autor a las sesiones.

La Conferencia debatió temas agrupados en las siguientes rúbricas: fundamentación de la matemática; lógica y metodología; problemas filosóficos de la lógica y de la matemática; fundamentos teóricos de la ciencia de la computación. Muchas de las ponencias no tenían vinculación directa con la otra de Frege; entre ellas hubo interesantes comunicaciones sobre aspectos del *Tractatus* de Wittgenstein, sobre el intuicionismo, cuestiones de lógica modal, lógica multivalente y de lo difuso, modelos de la aritmética y otros temas emparentados.

Voy a reseñar sucintamente algunas de las ponencias publicadas en las citadas actas, pues sería muy difícil atenerme a otra pauta, por la manera, ya indicada, como tuvieron lugar las sesiones de la Conferencia.

Lothar Kreiser, de la U. Carlos Marx de Leipzig, traza en su ponencia "G. Frege DIE GRUNDLAGEN DER ARITHMETIK - Werk und Geschichte" un panorama del ámbito intelectual en el que aparecen, en 1884, los FF.A: examina las raíces del logicismo fregiano, las metas que se proponía alcanzar Frege con esa obra y la significación de la misma en la evolución de las ideas del gran filósofo alemán; contiene datos biográficos de gran interés —p. ej. sobre libros tomados en préstamo por Frege y otros aspectos de su formación filosófica. Siendo tan poco lo que se sabe sobre la biografía intelectual de Frege, resultan preciosos esos datos, aunque no sean muy abundantes (la guerra destruyó mucho del material que hubiera podido utilizarse para indagaciones así). W. Buszkowski, de la U. de Poznan, delinea en su ponencia "Fregean Grammar and Residuated Semigroup" un enfoque de la gramática fregiana inspirado en la obra de Ajdukiewicz y Lambek: se brinda una modelización de la sintaxis por medio de estructuras algebraicas, agrupándose así los más modelos naturales en la clase de semigrupos residuados; por *gramática fregiana* entiende nuestro autor lo que suele denominarse "gramática categorial" —pues se adhiere a un deslindamiento efectuado años ha por Híz entre diversas intuiciones subyacentes a la idea de gramática categorial y trata de sopesar oscuridades y vaguedades en las teorías hoy en curso sobre las categorías gramaticales; a su juicio, es en Frege donde están las raíces de una concepción más depurada y exacta de tales categorías, pudiendo esa concepción ser articulada rigurosamente mediante el enfoque algebraico que propone. A diferencia de enfoques como los de Montague y Cresswell —a los que el autor denomina *semánticos*—, los cuales propugnan un paralelismo exacto entre categorías gramaticales y categorías ónticas, nuestro autor autoriza el que una expresión significativa pertenezca a infinidad de categorías sintácticas diferentes en sus propios modelos algebraicos. Es de gran rigor y elegancia su construcción algebraica, mas el autor de la presente nota alberga una duda acerca de si, de ese modo flexibilizadas las barreras categoriales, el resultado es una gramática que quepa, fielmente, llamar *fregiana*. Klaus Mainzer, de la U. de Constanza, expone en su ponencia "Die Entwicklung des Zahlbegriffs bis G. Frege und R. Dedekind" no ya algunos jalones de la historia del concepto de número para ver cómo desemboca en la problemática que suscitó la obra de Dedekind y Frege sino, a la luz de tal transfondo, lo que tienen en común los enfoques de ambos matemáticos pese a sus encontradas posiciones filosóficas sobre la fundamentación.

Imre Toth, de la U. de Regensburg, en "Three Errors in the Grundlagen of 1884: Frege and Non-Euclidean Geometry" se propone examinar, a la luz de las fallas de FFA en lo tocante a apreciación de ejemplos matemáticos, lo que juzga un error capital en el enfoque fregiano: no haber captado la originalidad de la nueva matemática, caracterizada por su naciente metodología axiomática, cuyo origen está constituido por las gg.n-ee (geometrías no euclídeas): de manera general adoptó Frege frente a las gg.n-ee. una actitud reaccionaria, pensando que se revelarían inconsistentes; en alguna ocasión reconoció que eso no era así, y que para el puro pensamiento conceptual no había inconveniente en aceptar un sistema tal —consideró incluso la hipótesis de universos con estructuras geométricas dualmente opuestas; pero, en lo tocante a la aritmética, lanzó un reto a la erección de aritméticas no euclídeas, como la que tendría el par de axiomas " $x + 1 = 2$ " y " $x + 2 = 1$ ". Señala Toth que se puede probar que si es inconsistente el sistema con esos dos axiomas, también lo es la aritmética de los números naturales (y viceversa); la conclusión que cree poder extraer Toth es que falla la filosofía fregiana de la matemática, concretamente el rechazo por Frege del creacionismo —Frege adujo ese inventado ejemplo de aritmética no euclídea para mostrar los absurdos de una dizque creación de, p. ej., dos diferentes "números dos". Permítasele al autor de esta nota insertar aquí algunas consideraciones críticas respecto de esa tesis de Toth. El fracaso histórico del conservadurismo de Frege más bien revela —o, al menos, puede interpretarse así— la precariedad de su apriorismo, de su justificacionismo fundacionalista, mientras que deja intactas otras graves objeciones fregianas contra el creacionismo, e. d. contra la tesis de que el matemático crea su objeto; el triunfo del método axiomático no sólo en aritmética y geometría sino también en lógica prueba que son articulables sin delicuescencia sistemas rivales, y que no hay un solo y único sistema que se imponga por "la intuición" —si es que hay algo que valga la pena llamar así y no con el a lo mejor más veraz término "imaginación"— o por ser el único coherentemente configurable, mas no prueba que a cada sistema así articulable le corresponda un reino propio de objetos ni, menos todavía que éstos sean creados por el lógico o el matemático. En efecto: en su artículo sobre la geometría no euclídea y en los demás escritos pertenecientes a su controversia con Hilbert, expone Frege objeciones de principio contra el método axiomático entendido como lo entendían los formalistas, a saber: el sistema matemático de que se tratara pasaba a ser un mero juego; las reglas de inferencia, reglas de juego; los teoremas, jugadas permisibles; el verdadero saber matemático pasaba a estar constituido tan sólo por la metateoría, por un estudio sintáctico —o lo que hoy llamaríamos *teoría de pruebas*, pues un axioma es una fórmula que se prueba a partir de la clase vacía de premisas, o alternativamente a partir de cualquier premisa—. Frege subestimó sin duda ese estudio, considerándolo subalterno y casi insignificante. Frente a ese enfoque puramente "formal" (en el sentido de que los sistemas se hacen el objeto de la indagación, pero ellos mismos no dicen nada, son no-interpretados), enarboló Frege la bandera de un saber matemático consistente en un sistema interpretado (no porque los axiomas definan parcialmente los significados de ciertos signos —contra esa concepción hilbertiana lanzó objeciones sobremanera persuasivas—, sino porque, dado un significado de los signos primitivos, los axiomas aseveran verdades —o, siquiera, lo que cree quien profesa el sistema que son verdades—, siendo las reglas de inferencia preservadoras de la verdad). En esa postura de Frege hay, pues, que distinguir tres tesis diferentes: 1ª Es de escaso interés científico el estudio metateórico de sistemas formales no interpretados. 2ª No puede omitirse la cuestión de si uno adopta o no un sistema formal determinado ni, por lo tanto, la de si (considera que) el mismo es verdadero o falso; mas esa cuestión tan sólo puede concebirse si se parte de una asignación de significados a los signos

primitivos, consistiendo la verdad misma en cierta correspondencia con la realidad (a saber: que cada oración del sistema designe a la verdad). 3ª Los axiomas del sistema (que uno adopte) deben ser, pues, principios intuitivamente autoevidentes, no enunciados que escoja uno por razones de utilidad teórica, simplicidad u otras razones de tal índole.

Sin duda hoy la mayoría de los filósofos de la matemática rechazarán las tres tesis —aunque, en lo tocante a la tercera, no sin serias inconsecuencias por parte de una minoría abultada, o hasta tal vez mayoría. En cambio, desde una perspectiva filosófica coherentista, pero no justificacionista (o, quizá más exactamente, antifundacionalista) como la del autor de la presente nota, si bien son de rechazar las tesis (1ª) y (3ª), la tesis (2ª) conserva, por el contrario, toda su validez (con dos salvedades, sin embargo: no necesariamente *todos* los signos primitivos han de tener un significado, pudiendo alguno ser sincategoremático, limitándose a tener un papel semántico; y no ha de consistir forzosamente la verdad de un sistema en que cada teorema designe lo verdadero, pudiendo consistir en alguna otra relación de correspondencia, como que cada teorema designe un hecho real, un hecho (ónticamente) verdadero o existente. Pues, en efecto, el problema de la verdad de un sistema es inimitable y, sin desmedro de las cuestiones involucradas en una investigación sintáctica del sistema mismo, se plantea de modo acuciante, sobre todo al integrarse ese sistema en el conjunto del saber científico. Por otro lado, puede adoptarse una estrategia epistemológica no fundacionalista, de suerte que la opción por un sistema sea dictada por consideraciones como las de que, con él mejor que con las alternativas disponibles, se articula una visión del mundo que se acople bien con el mayor número posible de aquellos asertos sobre la realidad a que uno se ve inclinado —o con (los más de entre) aquellos a los que se ve uno más fuertemente inclinado—, que en él haya menos teoremas que choquen con la visión del mundo que uno tenga y, en cambio, más teoremas acordes con esa visión, o que la completan y desarrollan en armonía con aquellos enfoques de las ciencias particulares que mejor cuadren con nuestro horizonte de intelección y que puedan revelarse compatibles con el acervo de datos empíricos sin someter este último a excesivas purgas o reinterpretaciones ad hoc. Con una estrategia epistemológica de esa índole —no tan alejada de los coherentismos del propio Quine, al menos en una etapa de su evolución, o de Keith Lehrer, o de N. Rescher, e incluso emparentada de lejos con alguno de los enfoques de Feyerabend y otros filósofos de la ciencia—, las consideraciones pragmáticas sobre economía del pensamiento, utilidad y simplicidad son criterios para la opción entre sistemas alternativos; sólo que, por un lado, tales criterios quedan relativizados a un horizonte de intelección o perspectiva filosófica previamente dada —que (en cada paso, en cada revisión de enfoque o sistema) puede ser alterada, pero no totalmente eliminada, pues entonces no servirían de nada los criterios aludidos, toda vez que un criterio como el de economía del pensamiento nos dice que, *dado tal horizonte* de intelección, y dados tales (presuntos) datos nuevos que entran en conflicto con él, el modo intelectualmente más económico de encontrar una salida es reorganizar dicho horizonte de tal o cual manera y/o someter ese acervo de datos a tal o cual depuración y/o reinterpretación; y, por otro lado, esos criterios deben justificarse (no se trata de brindar, fundacionalísticamente, una justificación *última*), en virtud de ciertas tesis ontológicas, pues, de no, serían meramente arbitrarios; y es menester tal justificación porque lo que se trata de decidir mediante esos criterios es qué sistema vamos a profesar *como verdadero* (no forzosamente con una confianza absoluta e inquebrantable, más allá de cualquier duda o cuestionamiento, eso no). A la objeción manida de que tal estrategia resulta defectuosa (puesto que debe venir dada la constatación de conflicto entre el sistema previamente

aceptado y los [presuntos] datos de experiencia por cierta lógica, de suerte que ésta, sirviendo de patrón o tribunal, ha de quedar más allá de la revisabilidad, pues tiene que servir para comparar cómo se acoplan con esos [presuntos] datos tanto el viejo sistema, que se va a someter a alteración, como el nuevo sistema resultante de tal alteración), la respuesta, ya también mil veces repetida, es que, por un lado, si está incluida en el sistema que se somete a examen o revisión aquella lógica según la cual se da el conflicto en cuestión, entonces lo que se hace es una reducción al absurdo para la cual puede tomarse como patrón otra lógica más débil —o un sistema lógico que contenga un subsistema propio de la lógica que se está sometiendo a examen—; y que, por otro lado, el enjuiciamiento de esa situación puede hacerse desde un sistema más fuerte pero con cambios (parciales) en las lecturas de ciertos signos, sistema que tentativa o hipotéticamente se admita (¡a ver qué pasa con él!) no sólo para el enjuiciamiento sino como alternativa al sistema previamente aceptado. Y no me parece viciosa la circularidad en que de ese modo se incurre —al quedar entronizado un sistema de lógica que ha actuado como tribunal ante el que ha comparecido otro sistema lógico alternativo previamente aceptado pero ahora desbancado—, pues, en el marco de una criteriología no-apriorista y no-fundacionalista, resulta lícita esa autocorrobোরación del nuevo sistema lógico —consistente en que, ante el tribunal constituido por él, resulten perdedores sus rivales, siendo así el sistema juez y parte a la vez—, ya que no se aspira a seguridades absolutas, a evidencias fundantes, inconcusas e indubitables, sino al mayor grado alcanzable de plausibilidad (o verosimilitud, o probabilidad, si se quiere). Tal validación o confirmación de un sistema de lógica no ha de pretender, de ningún modo, ser un acrisolamiento definitivo y ulteriormente incontrovertible: el propio sistema así adoptado puede ser desplazado o suplantado ulteriormente, ya sea por el surgimiento de nuevos (candidatos a) datos empíricos, ya porque salgan a flote consecuencias o desajustes en el sistema (total, incluido el subsistema lógico) previamente no manifestados.

Por otro lado, si bien Frege no mostró inclinación hacia el método axiomático en matemáticas según lo entendían Hilbert y los defensores de las gg.n-ee. (cuya defensa era de una índole diversa de la que hará Einstein, para quien la geometría riemanniana es la verdadera), el propio Frege, sin embargo, aplica de hecho ese método a la lógica matemática: es el suyo el primer sistema axiomatizado de lógica matemática (o de ontología, si se quiere llamarlo así), que contiene la aritmética y otras partes de la matemática: su propio sistema puede, más allá de los propósitos de su autor, ser investigado sintácticamente; y pueden, a partir de él, diseñarse sistemas alternativos, añadiendo otros signos primitivos, cambiando axiomas y/o reglas de inferencia, etc. Desde el ángulo de un realismo tan estricto como el de Frege, mas no fundacionalista, sino coherentista, tal proceder, consistente en barajar y sopesar sistemas alternativos, es no ya lícito, sino indispensable: es ése el camino que hemos seguido los constructores de sistemas no clásicos de lógica matemática. (El estudio de sistemas alternativos puede ser no sólo sintáctico, sino condicionado o hipotéticamente semántico también). Es más: aunque sea inconsecuente con su rabioso fundacionalismo, el propio Frege adopta más de una vez una actitud así. En el § 10 de los *Grundgesetze* considera la conveniencia de postular que lo verdadero = la clase cuya único miembro es lo verdadero, postulación —sobre la cual volveré más abajo, a propósito de la ponencia de P. Schroeder-Heister— que permite simplificar el sistema, aunque la evidencia directa de la misma sea muy cuestionable. Y en su reacción ante el descubrimiento por Russell de la paradoja del conjunto de las clases no autoabarcantes, reconoció Frege por escrito que nunca se le había ocultado que el Axioma V (a saber: dos extensiones conceptuales son idénticas si de cuanto se predica con verdad la fórmula —o predicable—

que sirve para definir a la una, predicase también con verdad la fórmula que sirve para definir a la otra y viceversa) no goza de la evidencia de los demás axiomas de su sistema, ni mucho menos. Y sus tanteos en busca de un remiendo del sistema que restaure la coherencia o no delicuescencia nos revelan a un autor que, diga lo que dijere, está aplicando un método axiomático, no formalísticamente entendido, sino como el que puede ser empleado por un matemático coherentista que no prescinde, empero, de la interpretación del sistema ni de la pregunta por la verdad del mismo. (La diferencia entre ambos proceder es estriba en que para el formalista poco importa cuáles axiomas se mantengan o introduzcan, con tal de que el resultado sea el apetecido: la no delicuescencia; por el contrario, para el coherentista-realista, la opción por el sistema habrá de estar en función de criterios y considerandos como los más arriba señalados).

Naturalmente, los tres enfoques apuntados (el monista de Frege, el puramente formalista y el realista-coherencial, autorizando los dos últimos, a fuer de pluralistas, el ensayo de sistemas encontrados) no agotan las alternativas posibles. Otros enfoques son de índole constructivista: tanto el monista, que reconoce sólo un tipo posible de construcción (tal es el intuicionismo de Brouwer y Heyting) como el pluralista-creacionista (entre cuyos representantes está Newton da Costa); para éste cada sistema es (o debe poder ser) interpretado, pero los objetos de que habla son creación del matemático. Despréndese de este último enfoque —al cual parece inclinarse Toth— una defensa del pluralismo al añadirse la premisa de que es verdadero cada uno de los sistemas construibles (siendo tal verdad algo que debe concebirse en el plano de una semántica correspondencial de algún tipo), cosa que puede uno perfectamente desestimar: desde el ángulo realista coherencial lo único que sucede es que no podemos probar fehacientemente que el sistema por el que optemos es verdadero (o “el verdadero”), sino que, estando la opción condicionada por determinadas presuposiciones, los argumentos que esgrimamos a favor del sistema escogido serán convincentes sólo desde cierto horizonte de intelección, siendo también razonable el adoptar otras opciones rivales o alternativas) desde otros horizontes; mas no toda opción razonable ha de ser forzosamente verdadera, al menos literalmente tomada, salvo si se postulan tesis relativistas que, en ese caso, no serían justificadas por la adopción del método axiomático (o, más exactamente, del pluralismo), sino que estarían antes bien haciendo interpretar tal adopción en un sentido determinado. Tampoco parece suficientemente justificado, a mi juicio, el paralelismo que traza Toth entre el conservadurismo y monismo matemáticos del gran profesor de Iena (su creencia en una monarquía matemática con un único sistema aceptable) y el reaccionarismo político-social de que dio muestra por lo menos al final de su vida —y cuyo descubrimiento tanto chocara a Michael Dummett, como éste nos cuenta en el Prólogo de su principal libro sobre Frege. Las cuestiones de sociología de la cultura (o del conocimiento) son harto complejas. Paréceme, sobre todo, archidudoso que las conexiones que puedan haber existido en el subconsciente de Frege entre esas tendencias lleven lícitamente a asimilar toda la filosofía fregeana de la matemática —p. ej. su realismo a ultranza, su antifuncionalismo y anticreacionismo, y su logicismo— a una actitud conservadora: en el ambiente intelectual de nuestros días a lo mejor cabría decir más bien lo contrario. Además, si, en los puntos más arriba indicados, fue Frege intelectualmente conservador, su obra es, en conjunto, sumamente innovadora y hasta revolucionaria (insisto en que es él el fundador del método axiomático en lógica). (Fue esto, con sentido de la oportunidad, enfática y reiteradamente puesto de relieve por los organizadores de la Conferencia que estoy reseñando). Mérito de Frege fue, además, en medio del volcánico irracionalismo característico de la Alemania guillermina y postguillermina (que, desde el ángulo de su peculiar marxismo, denunciara con briosas

pluma G. Lukacs en *El asalto a la razón*, obra que, con todas sus fallas, quedará siempre ahí como un gran clásico de la más vigorosa sociología del conocimiento), defender un racionalismo ardiente y sincero; por lo cual sus ideas no encontraron eco alguno en los círculos intelectuales de la Alemania imperial ni después en los del Tercer Reich.

El profesor checoslovaco Pavel Materna, en "Kritische Auseinandersetzung mit der fregeschen Kategorie des Sinnes", confronta la dicotomía fregiana de sentido/significado con la concepción contemporánea de lógica intensional transparente; refiérese con tal denominación a la semántica de P. Tichy, basada en una teoría de tipos modificada; esa semántica es similar a las de Montague y otras afines, sólo que introduce "modos de darse" (*Weise der Gegebenheit*) los objetos, o, en su jerga técnica, construcciones: los objetos mismos son construcciones atómicas; y, si z es un objeto que sea una operación n -aria y $x^1 \dots x^n$ son objetos, entonces $zx^1 \dots x^n$ es una construcción que, de dar algo, da aquel objeto que sea el valor de z para esos n argumentos en ese orden; vease, pues, que se trata de distinguir el ser un objeto valor de cierta función n -aria para n argumento(s) dado(s) y el que sea valor de otra función m -aria para m argumento(s) dado(s) —y es eso sin duda algo en lo que pensaba Frege al acuñar su noción de sentido; hay naturalmente diversos modos de articular (pseudo) extensionalmente una semántica basada en ideas así, y Materna desarrolla una de ellas; su conclusión es que el tema "sentido" no es ya de uso recomendable, pues lo más interesante de la motivación de Frege para acuñar esa noción queda capturado en la exacta e inequívoca noción de construcción recién diseñada; por otro lado, en la utilización de esa noción fregiana se escondería una confusión entre el modo de darse los objetos empíricos y el de los objetos matemáticos —Materna cree que las expresiones matemáticas designan, no objetos, sino construcciones, mientras que las expresiones empíricas no designan tampoco objetos, sino intensiones, funciones que proyectan mundos-posibles sobre objetos.

Los profesores norteamericanos R. C. Neveln y R. A. Alps en "Descriptions and Linguistic Predicates" proponen un marco teórico que permita términos no denotativos así como predicados no denotativos —cual, según ellos, es la igualdad—; frente a una teoría russelliana de descripciones aducen nuestros dos autores que la misma se acopla mal con la semántica sustitucional a que ellos se inclinan y que, además, tiene que recurrir a un elevado número de ambigüedades de alcance en contextos algo complejos; a la teoría fregiana selecciona de descripciones le reprochan que la selección es ad hoc, lo cual degrada la independencia de la teoría de descripciones, con el agravante de que la selección del término nulo no sólo puede ser absolutamente arbitraria en ciertos casos sino que haría verdaderas a oraciones que sabemos son falsas; finalmente los autores optan por una lógica libre; naturalmente, en tal marco el signo de identidad no designará a una propiedad de identidad, sino que puede carecer de denotación; comparan los autores a este respecto la primera concepción de Frege sobre la identidad, como relación entre términos, con su punto de vista más tardío, que ve la identidad como relación entre cosas, pronunciándose a favor de la primera.

En "Freges Permutationsargument: Zu § 10 der *Grundgesetze der Arithmetik*", Peter Schroeder-Heiter de la U. de Constanza, examina la sugerencia formulada por Frege en el § 10 de las *Leyes fundamentales de la aritmética* en el sentido de que los valores de verdad pueden identificarse con ciertas extensiones (cursos de valores) conceptuales. La propuesta de Frege viene motivada por la necesidad de que se apliquen a los valores de verdad los criterios de identidad sentados para las extensiones

conceptuales (a las que no parece abusivo identificar con clases o conjuntos, en el sentido de la moderna teoría de conjuntos, una vez que se toman en cuenta las declaraciones de Frege en ciertos póstumos). Para tales extensiones vale el principio de extensionalidad —que también vale, claro, para los conceptos mismos, sólo que, por el desnivelamiento categorial, no puede decirse que dos conceptos son idénticos o diferentes con los mismos significados de esas palabras con los que se dice que dos objetos son idénticos o diferentes. En el marco de ese problema, lo que viene a proponer Frege —tras haber mostrado cómo puede introducirse una función de permutación entre el conjunto de los dos valores de verdad y un par de extensiones conceptuales diversas entre sí, sea el que fuere— es identificar: la Verdad con la extensión $x'x$, e. d. con la clase cuyo único miembro es lo Verdadero, y la Falsedad con $x'(x = FUz (z = z))$ (siendo 'F' la negación y 'U' el prefijo del cuantificador universal), o sea con la clase cuyo único miembro es lo Falso. (Naturalmente una propuesta así puede generalizarse como lo hará Quine, a todos los "individuos" entendidos como aquellos entes que normalmente no se considerarían clases). Schroeder-Heiter, a la vez que presenta un tratamiento modelo-teorético de esa problemática y de la función de permutación considerada por Frege, plantea tres dificultades: 1ª esa identificación huele a un convencionalismo ajeno a la concepción metodológica del propio Frege, para quien tales asuntos de identidad o diferencia deben estar determinados objetiva, ónticamente, y no debieran, pues, poder ser fijados por estipulación; 2ª en cada modelo ha de haber un elemento designado, V, y uno antidesignado, F, y no cabe efectuar una permutación *en ese modelo* de $\{V, F\}$ a otro par de objetos y viceversa (o sea: si se establece una biyección que cambie, en el dominio escogido, V y F por otros dos objetos y viceversa, ya no se está en un dominio en el que los elementos designado y antidesignado sean V y F respectivamente); 3ª Frege incurre en confusión del lenguaje objeto con el metalenguaje. A juicio del autor de la presente nota, la argumentación de Schroeder-Heiter adolece de un defecto: no se percata de que la meta de Frege es llevar a cabo lo que hoy —tras los trabajos de Quine— llamaríamos *un programa de reducción ontológica* de tal manera que el resultado sea una ontología en la cual todo objeto (que entre en consideración en la teoría de los *Grundgesetze*) sea una clase (una extensión conceptual o curso de valores). Además, la función de permutación no es lo que propone Frege: entra en su argumentación sólo para mostrar la viabilidad de una biyección que no sea la identidad, con lo que queda también despejado el camino para la identidad, que es lo que él quiere proponer. Y, por último, no parece fundado el reproche de confusión de planos de lenguaje, no ya porque Frege nunca reconoció cosa tal, explícitamente por lo menos, sino porque nadie duda que siquiera una parte del metalenguaje (semántico incluso) de una teoría puede ser reproducido en la propia teoría —lo único que probó Tarski es que (y eso sólo bajo determinados supuestos) la teoría no puede a la vez contener su propio predicado de verdad sentencial y un nombre para cada una de sus oraciones, no que pueda en la teoría llevarse a cabo ninguna autoepiteorización.

En "Logische Differenzierungen von Negationen in der natürlichen Sprache", Johannes Dölling, del Instituto Central de Lingüística de la Academia de Ciencias de Berlín (Oriental), expone algunas clasificaciones de negaciones en el lenguaje natural (p. ej. negaciones con alcance amplio o restringido, en Russell; externa vs interna; no-presupositiva vs presupositiva en Blau, etc.) y examina cómo pueden tomarse cual pauta para determinar de qué negación se trate en cada caso factores prosódicos. Brinda también paráfrasis un tanto controvertibles, que introducirían cuantificadores proposicionales (¿o sentenciales no más?), de suerte que en ciertas oraciones negativas se diría que no sucede lo dicho por la oración afirmativa corres-

pondiente sino otra cosa contraria a ello, p. ej. Parece que, sea cual fuere el valor de esos tests y de la construcción brindada, ni se arroja con ello luz sobre una diferencia entre negaciones más importantes que las que considera Dölling (a saber: la diferencia entre negación simple y *super*negación, que es la que introduce el reforzativo “en absoluto”), la cual debe ser investigada para una comprensión de la negación dialéctica, ni quedan muy esclarecidos los vínculos entre las diversas dicotomías negacionales que enumera nuestro autor.

En “Hintergründe der *Grundlagen der Arithmetik* (Zusammenfassung)”, Gottfried Gabriel, el conocido erudito frigeano de la U. de Constanza, señala lo que, según él, puede que sean raíces u orígenes de ciertas concepciones platonísticas de Frege, como su reconocimiento de valores de verdad. Indica que la expresión “Wahrheitswert” se halla ya en Windelband y, sin ir tan lejos como Sluga en la búsqueda de parentescos neokantianos a Frege, sí cree poder sugerir una influencia de Lotze en nuestro filósofo. No puede el autor de esta reseña pronunciarse sobre esos asuntos, aunque alberga la sospecha de que esas influencias, hasta donde se hayan dado, no parecen haber sido tan fuertes. (En la Sección I de *El ente y su ser*: un estudio lógico-metafísico examinó los paralelismos temáticos que, sobre las cuestiones de la esencia y la existencia, se dan en la filosofía de habla alemana de la época: la línea de influencia de Herbart, a través de Lotze, que desemboca en Meinong, discípulo de Brentano, y las (de) semejanzas entre esos enfoques y el de Frege. En todo caso, quizá lo que haya habido en esa época sea una “atmósfera” intelectual propicia a descubrimientos como el que efectúa Frege, al explorar el mundo de lo objetivo “no real” y encontrar en él funciones, cursos de valores, valores de verdad y toda la panoplia ontológica fregeana). A juicio de Gabriel guarda paralelismo la concepción normativa que de la lógica tiene Frege con el normativismo ético y así adquiere una dimensión y motivación insospechadas ese término de “valor de verdad” que suele tomarse como mero préstamo de la noción de “valor” propia de la teoría matemática de las funciones. No creo que sean fundadas tales opiniones de Gabriel: la normatividad de la lógica es, para Frege, algo derivado de su carácter de saber, de acervo de verdades acerca de lo real (la lógica es ontología). No constituye, para Frege, lo que él mismo llama *el reino de lo objetivo no real* una esfera de pura validez desexistencializada, como para los neokantianos o después para algunos fenomenólogos. ¡No! Si llama Frege a ese reino ‘no real’ (*nicht wirklich*), toma ahí “real” en un sentido restrictivo y peculiarísimo, como referido a lo espacio-temporal —y, aun así, no pudo dejar de expresar semiarrepentimientos al respecto en su tardía *Investigación Lógica, Der Gedanke*, pues los sentidos no pueden ser totalmente ajenos al devenir temporal. No hay en Frege ninguna vena de desentitativización o desexistencialización de aquellas esferas de entes (sean funciones u “objetos”) que se vea llevado a postular. (Remito de nuevo a mi citado libro, donde examino todo eso a la luz de la problemática de la existencia tal como arranca de Platón y Aristóteles).

Varias ponencias se ocupan de problemas relacionados con las presuposiciones existenciales del cálculo cuantificacional clásico. Karl-Heinz Krampitz, de la U. Humboldt de Berlín (Oriental), examina en “Interpretationen der Quantorenlogik” cómo se ve llevado Frege a excluir términos no denotativos, que, en cambio, él juzga imprescindibles para la ciencia; examina una propuesta de Bessonov, consistente en un enfoque del cuantificador particular que aúne, según él, las ventajas de los enfoques sustitucional y objetual: “Exp” será verdad ssi: o bien hay algún objeto *x* que satisfaga el predicable “*p*”; o bien hay algún nombre cuya colocación en el lugar de ‘*x*’ en “*p*”, dé por resultado una oración verdadera. La propuesta final de Krampitz no es exactamente ésa, sino la de reconocer dos tipos de verdad: una

verdad satisfaccionalmente definida en el sentido de la semántica usual: es la verdad empírica; y, otra, una verdad puramente lingüística que no estriba más que en el uso de palabras y en definiciones completas o incompletas. Un mismo enunciado puede tener a la vez verdad empírica y verdad terminológica: lo único excluido es que tenga verdad de uno de los dos géneros y falsedad del otro. Un enunciado existencialmente cuantificado como "Exp" será verdadero ssi: hay un nombre cuya colocación en lugar de 'x' en "p" hace al resultado verdadero, sea con verdad empírica, sea con verdad terminológica. Al autor de esta reseña paréceme un tanto ingenua esa solución, pues no tiene en cuenta: ni la existencia de teorías omega-inconsistentes, pero muy defendibles, con la cual resulta incompatible; ni los consabidos problemas de compacidad de teorías con cuantificadores sustitucionales (en una teoría así puede suceder que una conclusión se desprende de un conjunto infinito de tesis del sistema, sin desprenderse empero de ningún conjunto finito de las mismas); ni, sobre todo, lo arbitrario que resulta hablar de verdad puramente terminológica o estipulativa, pues con ello se pierde totalmente la noción misma de verdad (en sentido realista), con el agravante de que, admitiéndose definiciones parciales, se permiten verdades como la de que hay algo que es una montaña de oro, y no se ve entonces cómo va a poder respetarse el decreto de que ninguna de tales verdades terminológicas o estipulativas contradiga una verdad empírica, si ésta, p. ej., se descubre después. Además plantéanse cuestiones probablemente inzanjables o hasta insolubles en ese enfoque: si postulo, por definición parcial, que la metagalaxia nuestra es algo que tiene una duración máxima de quince mil millones de años y luego se descubre que tiene más, el descubrimiento ¿es sobre lo mismo en torno a lo cual había hecho tal estipulación —y en ese caso hay contradicción—? O bien, en virtud de la regla que excluye tal contradicción ¿hemos de entender que se habla de cosas diferentes? ¿Cuáles son éstas? Otra dificultad similar se refiere a los entes de ficción, a los que Krampitz parece querer que se pueda aplicar su teoría (pues uno de sus ejemplos es Pegaso): ¿qué sucede cuando, en torno a uno de esos entes, la historiografía y la leyenda (o la novela, da igual) se contradicen mutuamente? (¿No sería mejor un enfoque objetual pero contradictorio?)

Poca simpatía para con las presuposiciones existenciales del cálculo cuantificacional clásico muestra también otro investigador alemán oriental, Ingolf Max, de la U. Martín Lutero de Halle-Wittenberg, con su ponencia "Frege's 'Selbstverständliche Voraussetzung' und die Behandlung von Existenzpräsuppositionen durch die Free Logic". Como indica el título, la solución preferida por ese investigador es la lógica libre; a quien esto escribe paréceme que dicha ponencia hubiera sido más convincente si se hubiera planteado dificultades que asedian a la lógica libre (una de ellas idéntica a la ya esgrimida más arriba frente al enfoque sustitucional de Krampitz, a saber: si constituye una verdad sin raíces objetivas u ónticas un enunciado de la forma "a es así o asá", entonces ¿en qué estriba ese ser verdad de lo dicho? Frente a la lógica de Frege, la lógica libre sería, según Max, una lógica pura; mas ¿pura de qué? ¿Qué ventajas reporta semejante pureza? ¿No valdría la pena discutir los motivos filosóficos que llevan a Frege a no acudir a semejante pureza (su realismo a ultranza y sin compromiso, que no acepta verdades flotantes, sin basamento en la realidad)?

En "Die Frege'sche Interpretation des Begriffs der Existenz und die Geschichte ihrer Rezeption", W. G. Kusnezow, de la U. Lomonosov de Moscú, examina en detalle la evolución de la concepción fregeana de la existencia desde el diálogo (póstumo) con Pünjer hasta la obra madura del Profesor de Iena. Traza también el impacto de esa concepción en autores como Russell y Quine.

En "Why Frege Should Not Have Said 'The Concept Horse Is Not a Concept'", Terence Parsons somete a un análisis detallado el célebre y paradójico aserto de Frege sobre "el concepto *caballo*". Permitaseme no reseñar el contenido de tal ponencia, pues es asunto que trataré en otro lugar. Tampoco hablaré de mi propia ponencia, "A Neo-Fregean (Onto)Logical Fuzzy Framework" (salvo para decir que en ella estudio el problema de la definidad de los conceptos exigida por Frege y, a la luz de convenientes distingos, expongo la viabilidad de una lógica y una ontología gradualísticas-contradictoriales, fieles empero a lo que me parece más precioso del legado fregiano).

Ya a uña de caballo, limitome para cerrar esta Nota a enumerar algunas de las otras ponencias interesantes que se refieren directamente a la obra de Frege: de Günter Schenk "Gedanken über den § 105 in Freges *Die Grundlagen der Arithmetik* (Vernunft und Analyse im Verständnis Freges)"; de Matthias Schirn, "Einige Bemerkungen zur Gegenüberstellung von Arithmetik und Geometrie bei Frege"; de Leila Taiminen (que entre tanto había pasado a ser Leila Haaparanta): "The Concept of Intuition in Frege's Philosophy of Mathematics". Sobre este último trabajo limitome a señalar que la tesis de la autora es que, en su período logicista por lo menos, Frege rechaza la intuición en aritmética, alegando que la intuición es una representación y, a fuer de tal, pertenece al ámbito de lo subjetivo y de lo sensorial, por lo cual, aunque pueda jugar un papel en geometría, no puede jugar ninguno en aritmética, ya que los objetos de la aritmética, los números, no son percibibles sensorialmente. Mi desacuerdo con la autora estriba en que, sumándose a la lectura de Geach —que ella rechaza—, entiendo que "nicht-sinnlich wahrnehmbar" debe entenderse como "percible no sensorialmente", no como "no percible sensorialmente". Haaparanta piensa que, en su período logicista, Frege considera a los números como lisa y llanamente impercibibles, ya que lo que dice Frege sobre que esos objetos son dados directamente a nuestra razón puede ser interpretado con toda naturalidad como la concepción de que tales objetos nos son dados sin ningún recurso a la *acquaintance*, pues, siendo finitos en número sus sentidos, éstos nos remiten inequívocamente a los objetos en cuestión. Mis discrepancias con tal interpretación son muchas y profundas. Considero una inconsecuencia de Frege, y además tardía, el considerar que los significados (*Bedeutungen*) nos son dados sólo a través de los sentidos de aquellas palabras que los significan —mientras que Haaparanta hace de una declaración en tal sentido de Frege el eje de su interpretación (a mi modo de ver, el problema que antes bien se le plantea a Frege es que no parece haber ninguna relación independiente del lenguaje entre el sentido y el significado de una expresión). Además, precisamente porque los sentidos fregianos no son entes sensibles (también ellos pertenecen al reino de lo objetivo pero *nicht wirklich*), tienen que venirmos "dados" de algún modo, por alguna "percepción" no sensorial, importando poco, a este respecto, el que un ente sea significado por un número finito o infinito de expresiones con sentidos diversos. Como quiera que sea, ese *ser-dado* de que habla Frege expresamente sólo parece poder entenderse como algún género de contacto o relación cognoscitiva inmediata. (No es que falten alternativas; pero éstas —como un mediatismo consecuente, o una concepción que sostenga que también las funciones y los objetos "abstractos" son sensorialmente percibidos de algún modo en, con y por los objetos sensibles que son instancias suyas, etc.— chocarán con dificultades insalvables; en el sistema de Frege, entre otras razones por la existencia de lo Falso, la de un concepto bajo el que nada cae, la de la extensión del mismo o clase vacía, la del número cero, etc.; y, desde luego, Frege rechazaría airado tales alternativas).

LORENZO PEÑA
Universidad de León.